ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:	ΑΛΓΕΒΡΑ / Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	05 / 01 / 2026

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό, σελίδα 63

Α2. (i) Σχολικό, σελίδα 70 **(ii)** Σχολικό, σελίδα 63

Α3. α. Σ **β.** Λ **γ.** Λ **δ.** Λ **ε.** Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. (i) Για $\lambda=4$, έχουμε : $4(4-3)x=(4-3)(4-2) \Leftrightarrow 4\cdot 1\cdot x=1\cdot 2 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

(ii) Για $\lambda=-1$, έχουμε : $(-1)(-1-3)x=(-1-3)(-1-2) \Leftrightarrow 4\cdot x=-4\cdot(-3) \Leftrightarrow x=3$.

Β2. (i) Όταν $\lambda=0$, έχουμε $0\cdot(0-3)x=(0-3)(0-2) \Leftrightarrow 0x=6$, άρα είναι αδύνατη.

(ii) Όταν $\lambda=3$, έχουμε $3\cdot(3-3)x=(3-3)(3-2) \Leftrightarrow 0x=0$, άρα είναι ταυτότητα.

Β3. Η x = 1 είναι λύση της εξίσωσης όταν και μόνο όταν την επαληθεύει. Άρα:

$$\lambda(\lambda-3)\cdot 1=(\lambda-3)(\lambda-2) \Leftrightarrow \lambda(\lambda-3)-(\lambda-3)(\lambda-2)=0$$

$$\Leftrightarrow (\lambda-3)\left[\lambda-(\lambda-2)\right]=0 \Leftrightarrow (\lambda-3)(\lambda-\lambda+2)=0$$

$$\Leftrightarrow 2(\lambda-3)=0 \Leftrightarrow \lambda-3=0 \Leftrightarrow \lambda=3$$

το οποίο όμως είναι αδύνατο αφού $\lambda\in(-\infty,3)\cup(3,+\infty)$.

Άρα δεν υπάρχει τιμή του λ, για την οποία η εξίσωση έχει λύση την x = 1 .

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. (i) $\mathrm{A}=(4-\sqrt{3})^2=4^2-2\cdot 4\cdot\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=16-8\sqrt{3}+3=19-8\sqrt{3}$ και

$\mathrm{B}=(4+\sqrt{3})^2=4^2+2\cdot 4\cdot\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2=16+8\sqrt{3}+3=19+8\sqrt{3}$.

(ii) $\sqrt{\mathrm{A}\cdot\mathrm{B}}=\sqrt{(4-\sqrt{3})^2\cdot(4+\sqrt{3})^2}=\sqrt{[(4)^2-(\sqrt{3})^2]^2}=\sqrt{(16-3)^2}=\sqrt{13^2}=13$.

Γ2. (i) $\sqrt{19-8\sqrt{3}}+\sqrt{19+8\sqrt{3}}=\sqrt{(4-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(4+\sqrt{3})^2}=|4-\sqrt{3}|+|4+\sqrt{3}|=$

$4-\sqrt{3}+4+\sqrt{3}=8$.

(ii) $\dfrac{2}{\sqrt{\mathrm{A}}}+\dfrac{3}{\sqrt{\mathrm{B}}}=\dfrac{2}{\sqrt{(4-\sqrt{3})^2}}+\dfrac{3}{\sqrt{(4+\sqrt{3})^2}}=\dfrac{2}{|4-\sqrt{3}|}+\dfrac{3}{|4+\sqrt{3}|}=\dfrac{2}{4-\sqrt{3}}+\dfrac{3}{4+\sqrt{3}}=$

$\dfrac{2(4+\sqrt{3})}{(4-\sqrt{3})(4+\sqrt{3})}+\dfrac{3(4-\sqrt{3})}{(4-\sqrt{3})(4+\sqrt{3})}=\dfrac{8+2\sqrt{3}+12-3\sqrt{3}}{13}=\dfrac{20-\sqrt{3}}{13}$.

Γ3. $d(x,\sqrt{A\cdot B})<10 \Leftrightarrow d(x,13)<10 \Leftrightarrow |x-13|<10 \Leftrightarrow -10<x-13<10 \overset{+13}{\Leftrightarrow} 3<x<23$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. (i) Για να έχει η εξίσωση (1) ακριβώς μία λύση θα πρέπει $\lambda-1\neq 0$ ή $\lambda\neq 1$.

Άρα για $\lambda\neq 1$ είναι: $(\lambda-1)x=\lambda^2-1 \overset{:(\lambda-1)}{\Leftrightarrow} \dfrac{(\lambda-1)x}{(\lambda-1)}=\dfrac{(\lambda-1)(\lambda+1)}{(\lambda-1)} \Leftrightarrow x=\lambda+1$.

(ii) Για να είναι η εξίσωση (1) ταυτότητα πρέπει:

$\lambda-1=0 \Leftrightarrow \lambda=1$ και

$\lambda^2-1=0 \Leftrightarrow (\lambda-1)(\lambda+1)=0 \Leftrightarrow \lambda-1=0$ ή $\lambda+1=0 \Leftrightarrow \lambda=1$ ή $\lambda=-1$

Άρα για $\lambda=1$ θα είναι ταυτότητα

Δ2. $\dfrac{|x-4|+2}{2}-\dfrac{4+|4x-16|}{4}=\dfrac{|20-5x|-8}{6} \Leftrightarrow \dfrac{|x-4|+2}{2}-\dfrac{4+4|x-4|}{4}=\dfrac{5|4-x|-8}{6} \Leftrightarrow$

$12\dfrac{|x-4|+2}{2}-12\dfrac{4+4|x-4|}{4}=12\dfrac{5|x-4|-8}{6} \Leftrightarrow$

$6(|x-4|+2)-3(4+4|x-4|)=2(5|x-4|-8) \Leftrightarrow 6|x-4|+12-12-12|x-4|=10|x-4|-16$

$\Leftrightarrow 6|x-4|-12|x-4|-10|x-4|=-16 \Leftrightarrow -16|x-4|=-16 \Leftrightarrow |x-4|=1$

$\Leftrightarrow x-4=-1$ ή $x-4=1 \Leftrightarrow x=3$ ή $x=5$.

Δ3. $\left||4-w|-(8)^{\frac{1}{3}}\right|=4 \Leftrightarrow \left||4-w|-\sqrt[3]{8}\right|=4 \Leftrightarrow \left||4-w|-2\right|=4 \Leftrightarrow$

$|4-w|-2=4$ ή $|4-w|-2=-4 \Leftrightarrow |4-w|=6$ ή $|4-w|=-2$,

όπου η δεύτερη περίπτωση είναι αδύνατη.

Άρα $|4-w|=6 \Leftrightarrow 4-w=6$ ή $4-w=-6 \Leftrightarrow w=-2$ ή $w=10$.